Universidad Pública de Navarra
Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Realiza cuatro preguntas de las ocho que se presentan

P1) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a y resuélvelo en los casos en que sea compatible:

$$\begin{cases} a\,x + y - 2\,z = 1 \\ 3a\,x + a^2\,y - 2a^2\,z = 3 \\ -a\,x - y + (a^2-1)\,z = a + \sqrt{3} - 1 \end{cases}$$

Menciona el resultado teórico empleado y justifica su uso. (2,5 puntos)

P2) Calcula el valor de a para que la siguiente matriz no sea regular

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & 1 & a+3 \\ -3 & 1 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

(2,5 puntos)

P3) Halla la ecuación continua de la recta que pasa por el punto $P(-3,-2,3)$ y que corta a las rectas r y s, siendo

$$r \equiv \begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ x - y + 2z + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \frac{x-3}{-1} = \frac{y+5}{2} = \frac{z+3}{1}$$

(2,5 puntos)

P4) Halla el plano paralelo a r y s que se encuentra a $3u$ de r y $6u$ de s siendo

$$r \equiv \begin{cases} 2x - y + 2z + 7 = 0 \\ 5x + 2y + 2z - 2 = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{0} = \frac{z-5}{-1}$$

(2,5 puntos)

P5) Calcula las derivadas de las siguientes funciones y sus valores en el punto $x=0$:

a) $$f(x)=\ln\left[\cos(\pi x)\cdot e^{x^2+2x}\right]$$

(1,25 puntos)

b) $$g(x)=\arctan\sqrt{1+2x+e^{2x}}$$

(1,25 puntos)

P6) Se considera la función $f(x)=\dfrac{\cos\left[\frac{\pi}{2}(x-1)\right]}{x^2-6x+10}$.

a) Estudia la continuidad de la función en el intervalo $[1,4]$.

(0,75 puntos)

b) Comprueba que existen dos valores α y β en el intervalo $(1,4)$ tales que $f(\alpha)=\frac{-1}{2}=f(\beta)$. Enuncia el/los resultado(s) teórico(s) utilizado(s), y justifica su uso.

(1,75 puntos)

P7) Se considera la función $f(x)=\sqrt{\dfrac{1}{2}-\sin\dfrac{\pi x}{6}}$.

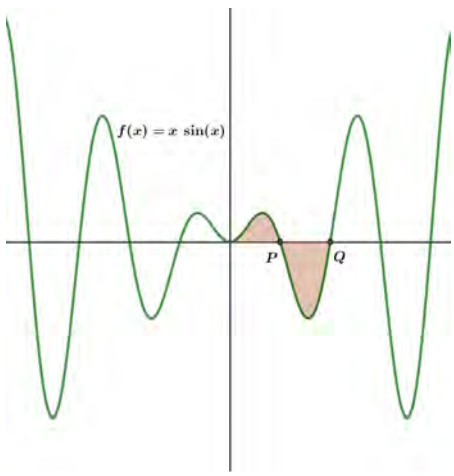
a) Demuestra que la función es continua en el intervalo $[7,11]$ y derivable en $(7,11)$.

(1,25 puntos)

b) Comprueba que existe un valor $\alpha\in(7,11)$ tal que $f'(\alpha)=0$. Enuncia el/los resultado(s) teórico(s) utilizado(s), y justifica su uso.

(1,25 puntos)

P8) La curva de la imagen corresponde a la función $f(x)=x\cdot\sin x$. Tal y como se intuye, la curva corta el eje OX en infinitos puntos:



Encuentra los puntos P y Q, y, a continuación, calcula el área de la región del plano sombreada.

(2,5 puntos)